

samten Teilchensystem vorhanden sein, die der Relativbewegung der Teilchen überlagert ist. Wir wollen die eine Bewegungsart Translationsbewegung, die andere Wärmebewegung nennen.“

2.3 Maxwell, der glorreiche Weglasser

Die Ableitung der Geschwindigkeitsverteilung ist typisch für Maxwells Schreibstil: Klare Gliederung, flüssige Sprache, lakonisch knappe Darstellung, keine graphische Veranschaulichung. Es drängt sich der Eindruck auf, daß Maxwells Zeitgenossen Schwierigkeiten gehabt haben dürften, das alles aktiv nachzuvollziehen. Überlegen wir einmal am vereinfachten Beispiel des zweidimensionalen Falls (Billard) – wobei wir gleichzeitig die Symbolik zweckmäßig verändern wollen – welche geistigen Operationen Maxwell seinem Publikum abverlangt:

Er mutet seinen Lesern ohne nähere Erläuterungen zu, sich eine typische Momentaufnahme eines Modellgases im Gleichgewichtszustand vorzustellen (Abb. 2-1), dessen Geschwindigkeitsvektoren statistisch homogen nach einer noch unbekannten, als stetig und richtungsunabhängig vorausgesetzten Verteilungsfunktion verteilt sind. Maxwells Leser sollen dann von sich aus die räumlich verstreuten Vektoren durch Parallelverschiebung zu einem Vektorbüschel, das aus dem Ursprung eines (von den Koordinaten v_x und v_y aufgespannten) zweidimensionalen Geschwindigkeits„raumes“ ausstrahlt, gedanklich vereinigen (Abb. 2-2). Dann sollen sie die Vektorspitzen durch Punkte ersetzen (Abb. 2-3). Schließlich sollen sie verschiedene „Volumen“bereiche (Streifen, Quadrat, Kreisring) aus dem Geschwindigkeitsraum mental abgrenzen (Abb. 2-4) und auf diese Weise das mechanisch-dynamische Problem in ein geometrisch-statistisches Problem umformulieren: Wie viele Punkte (Vektorspitzen) entfallen im Mittel auf die verschiedenen Teilvolumina des Geschwindigkeitsraums?

Auch in der mathematischen Durchbildung seines Ansatzes bleibt Maxwell seinem Stil treu. Er setzt Leser voraus, die auf Zwischenrechnungen nicht angewiesen sind, und denen das mathematisch formulierte Endergebnis genügt. Graphische Darstellungen der gefundenen Geschwindigkeitsverteilung (Abb. 2-5) oder alternativ der Energieverteilung (Abb. 2-6) sucht man vergeblich.

Es ist instruktiv, Maxwells Stil mit dem seines Zeitgenossen Boltzmann, der sich mit ähnlichen Problemen befaßte, zu vergleichen. Boltzmann bevorzugte lange Artikel, legte alle Prämissen offen, ließ keine Zwischenrechnung aus, gewährte sich und seinen Lesern Redundanz. Besonders deutlich ist das in Boltzmanns großer 1872er Arbeit über die kinetische Deutung der irreversiblen Entropieerzeugung zu erkennen [2]. Boltzmann ging in dieser Arbeit der Frage nach, ob die Maxwell-Verteilung die *einzig* mögliche Geschwindigkeitsverteilung für den Gleichgewichtszustand eines Gases darstellt, oder ob sich (infolge einer speziell gewählten Anfangsverteilung) etwa auch andere Geschwindigkeitsverteilungen stationär aufrechterhalten könnten. (Maxwell hat dieses Problem entweder nicht gesehen oder als Scheinproblem betrach-

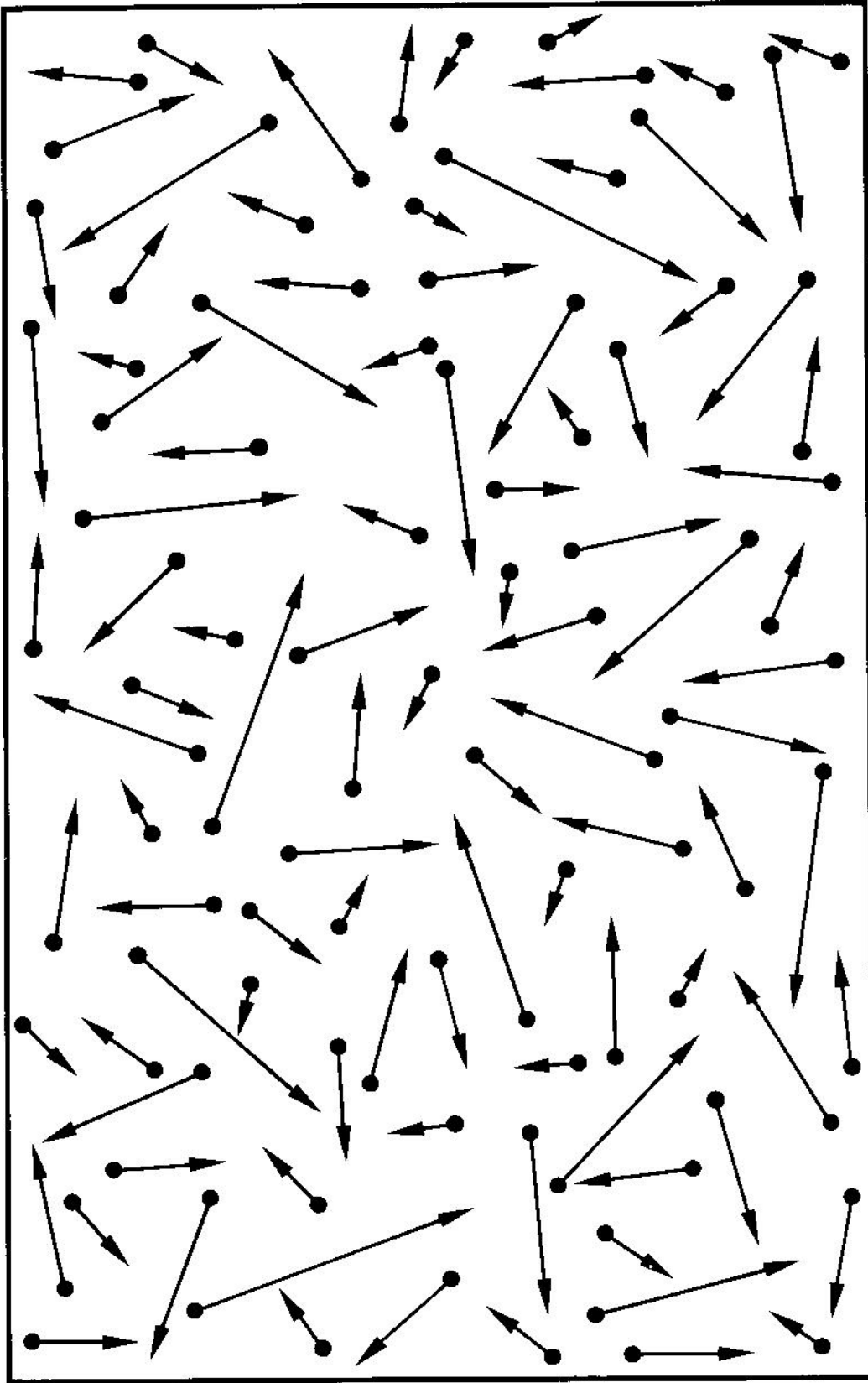


Abb. 2-1. Maxwells Vorstellung eines zweidimensionalen Modellgases. Infolge der zahlreichen Stöße zwischen den Materiekügelchen ändern sich zwar ständig deren individuelle Geschwindigkeiten, die Geschwindigkeitsverteilung des Modellgases insgesamt bleibt aber stationär erhalten.

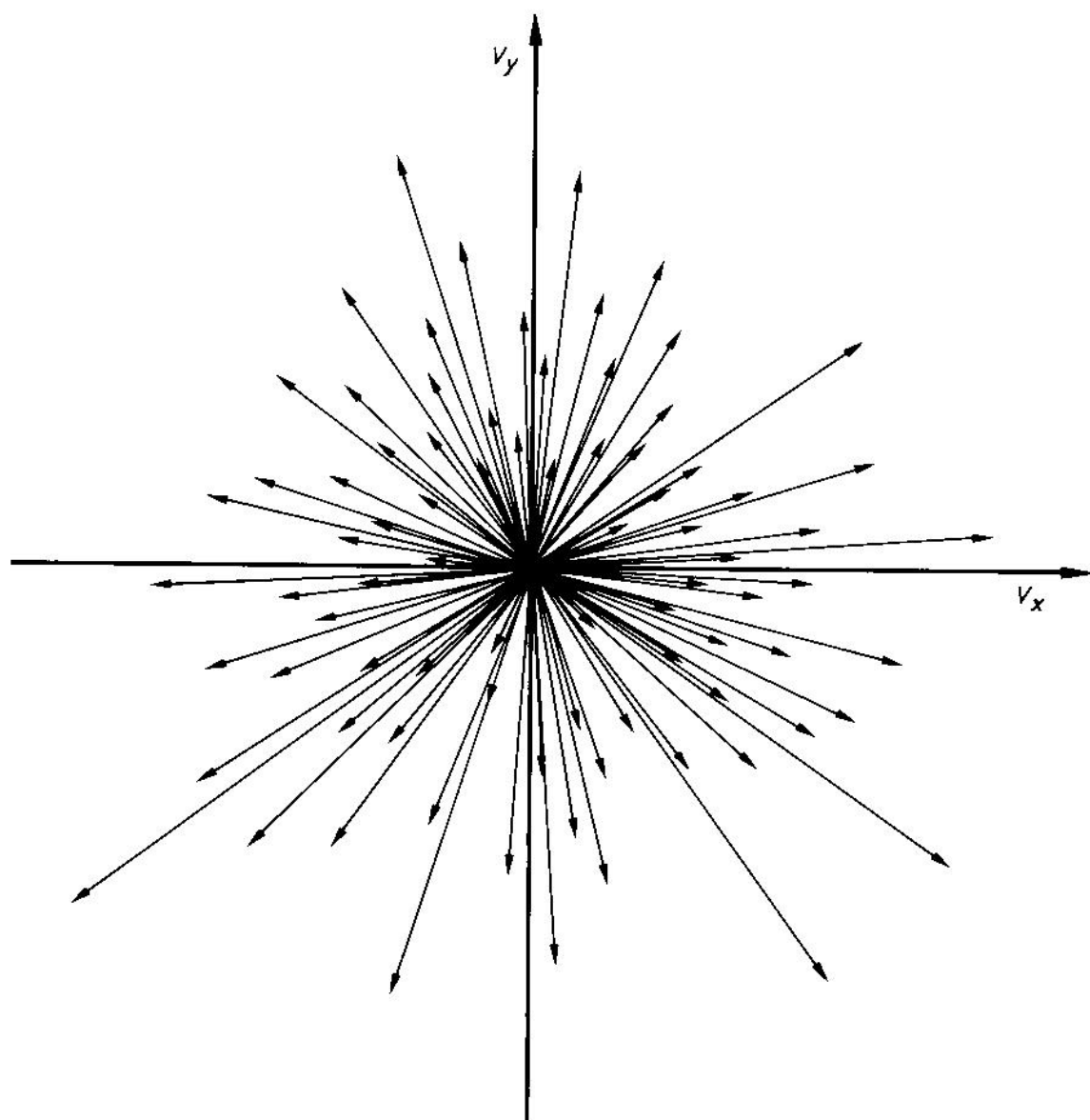


Abb. 2-2. Durch Parallelverschiebung der Vektoren in Abb. 2-1 läßt sich ein isotropes Vektorbündel im zweidimensionalen Geschwindigkeitsraum konstruieren.

tet.) Als Ergebnis kam heraus, daß die Maxwell-Verteilung tatsächlich die einzig mögliche stabile Gleichgewichtsverteilung ist, aber Boltzmann benötigte für seinen Artikel 96 Differential- und Integral-geschwängerte Druckseiten!

Maxwell mochte diesen Stil nicht. 1873 schrieb er an seinen Freund Peter Guthrie Tait [3]:

„Was die Arbeiten von Boltzmann angeht: Es war mir unmöglich, ihn zu verstehen. Er (Boltzmann) konnte mich wegen meiner Kürze nicht verstehen, und für mich war und ist seine Ausführlichkeit ein ebenso großer Stein des Anstoßes. Deshalb neige ich sehr dazu, mich der glorreichen Gesellschaft der Weglasser anzuschließen, und das ganze Geschäft in etwa sechs Zeilen zu erledigen.“

Spätestens 1872 hat Maxwell ganz offensichtlich die Lust verloren, sich mit Boltzmanns Arbeiten auseinanderzusetzen. Die 1872er Arbeit hat er höch-

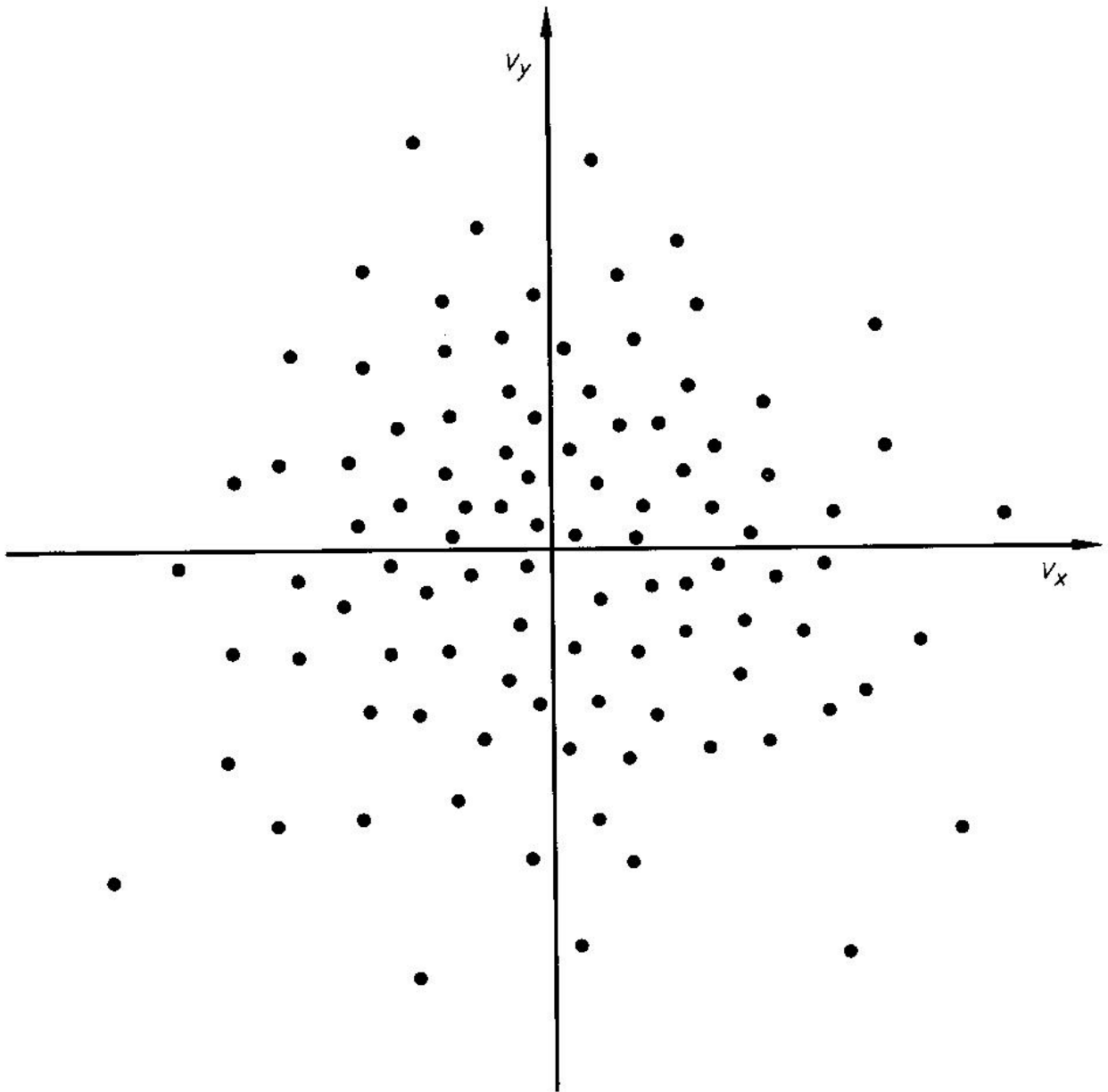


Abb. 2-3. Das abstrahierte Vektorbündel. Jeder Punkt repräsentiert eine Vektorspitze. Dieses Gedankenbild hatte Maxwell vermutlich vor Augen, als ihm die Diffusionsidee einfiel.

stens überflogen. Es hätte ihm sonst auffallen müssen, daß die Hilfsgröße H , die Boltzmann einführte, um die Einzigartigkeit der Maxwell-Verteilung zu beweisen, eine völlig unerwartete Beziehung zur Entropie aufwies (im Sinne einer negativen Proportionalität). Es stellte sich nämlich heraus, daß H so lange stetig abnimmt, bis sich die Maxwell-Verteilung eingestellt hat; danach bleibt H konstant. Damit hatte Boltzmann quasi durch einen mathematischen Trick (glückliche Definition einer Hilfsgröße) die entscheidende Weiche für die statistisch-mechanische Deutung der Entropie gefunden. Aber davon scheint Maxwell keine Notiz genommen zu haben; jedenfalls hat er nicht darauf reagiert. Der Kommunikationsprozeß zwischen den beiden großen Zeitgenossen Maxwell und Boltzmann ist ab 1872 weitgehend eingeschlafen. Es ist wirklich bemerkenswert, daß unterschiedliche Auffassungen in Bezug auf die Darstellung wissenschaftlicher Erkenntnisse – ein didaktisches Problem – zwei führende Wissenschaftler, die an ähnlichen Aufgaben arbeiteten,

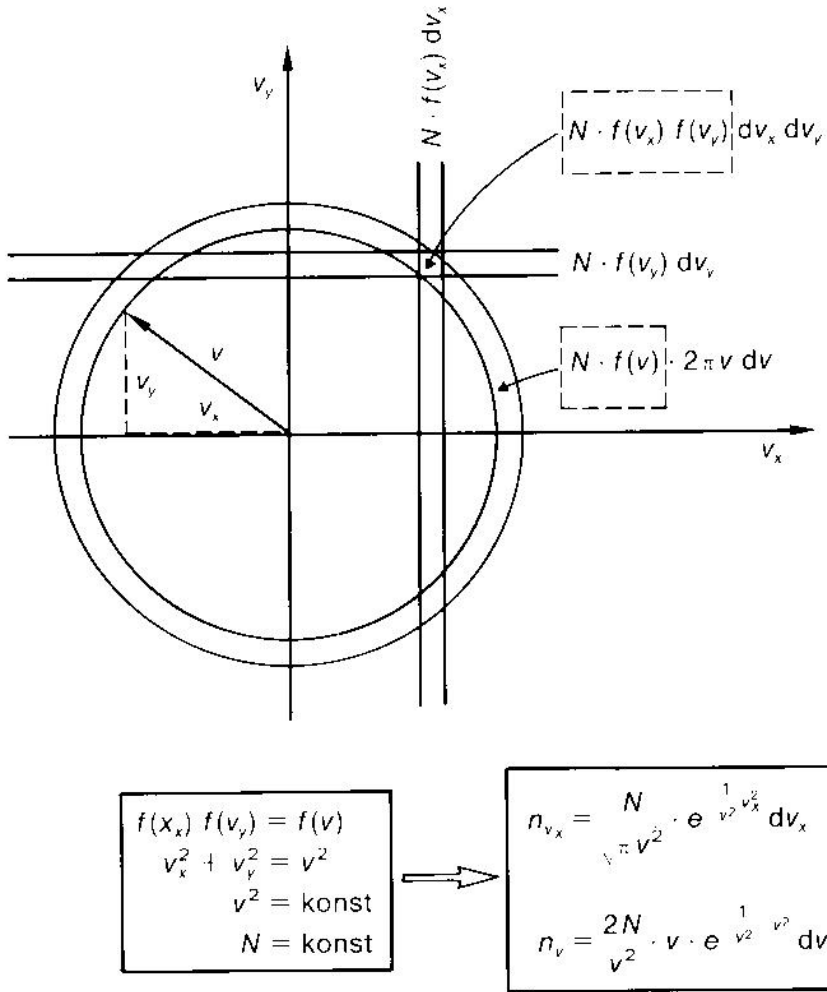


Abb. 2-4. Maxwells Ansatz zur Ableitung der zweidimensionalen Geschwindigkeitsverteilung. Die in die Zeichnung eingezeichneten Ausdrücke geben die Zahl der Punkte (Vektorspitzen) in den entsprechenden Flächenelementen (Streifen, Quadrat, Kreisring) an. Die gestrichelt eingerahmten Ausdrücke geben die Teilchenzahldichten an. Durch Gleichsetzen dieser Dichten ergibt sich eine Funktionalgleichung (links unten), deren Lösung die ein- und zweidimensionale Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung (rechts unten) liefert.

daran gehindert haben, in einen intensiven wechselseitigen Dialog miteinander zu treten.

2.4 Maxwell, der spielerische Denker

In Maxwells originaler Ableitung findet sich eine sehr merkwürdige Passage. Zur (vorbereitenden) Rechtfertigung der Funktionalgleichung $f(x) \cdot f(y) \cdot f(z) = \phi(x^2 + y^2 + z^2)$, die den mathematischen Dreh- und Angelpunkt seiner Ableitung darstellt, bringt er ganz unvermittelt – man traut zunächst seinen Augen nicht – das Bild ins Spiel, daß N Teilchen zum gleichen Zeitpunkt vom Ursprung aus starten. An dieses Bild knüpft er die Frage an, wie viele dieser Teilchen nach 1 Zeiteinheit in der Kugelschale $v \dots v + dv$ landen werden. Unwillkürlich denken wir dabei an Diffusion oder an Brownsche

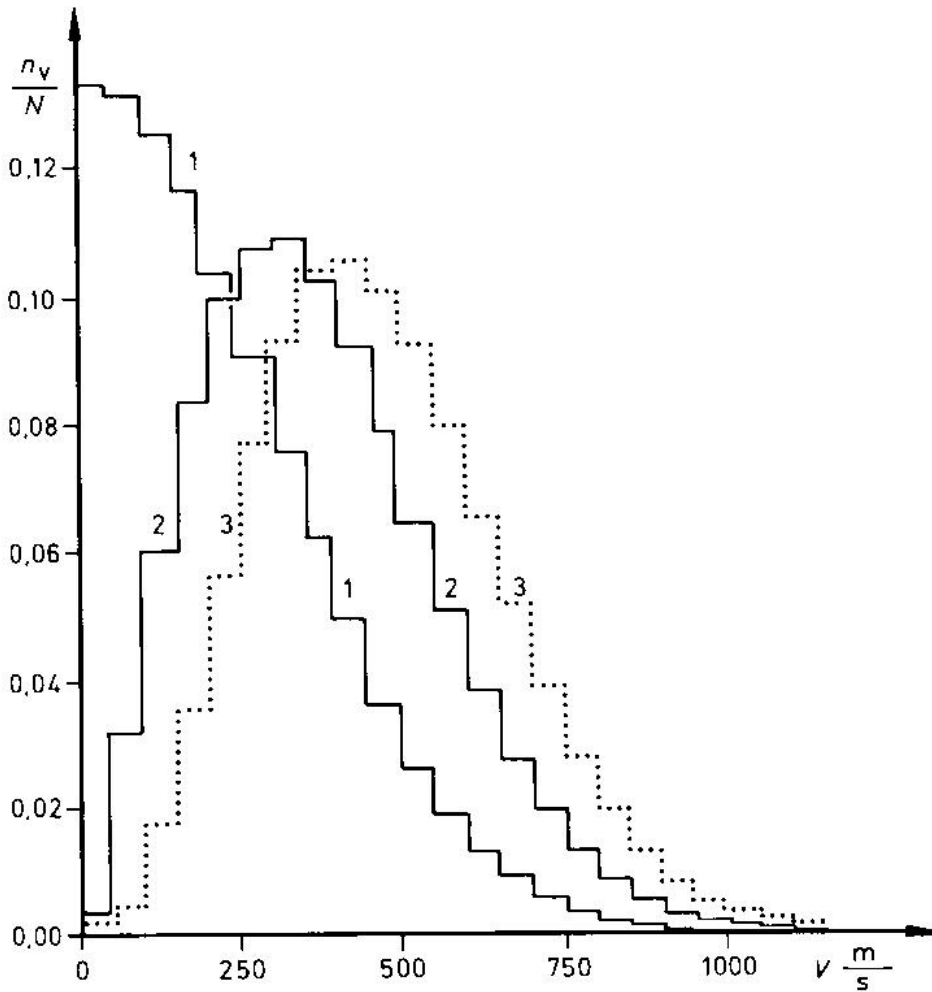


Abb. 2-5. Die ein (1)-, zwei (2)- und dreidimensionale (3) Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung, berechnet für Sauerstoff bei 300 K. Die Ordinate n_v/N kann als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, daß ein willkürlich herausgegriffenes Sauerstoffmolekül eine Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ besitzt ($dv = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Zum Vergleich: Eine Gewehrkuugel erreicht eine Geschwindigkeit von etwa $870 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Bewegung, und es wird sich tatsächlich herausstellen, daß die (zeitlich begrenzte) Diffusion von Teilchen im gewöhnlichen geometrischen Raum demselben Formalismus genügt wie die (energetisch begrenzte) „Diffusion“ von Vektorspitzen im Geschwindigkeitsraum. Aber darüber schweigt sich Maxwell völlig aus. Er verlangt seinem Leser einfach ab, daß er dieses Bild (vgl. Abb. 2-3) als valides Analogon akzeptiert, und daß er mit ihm springt. Dieses „Klippenspringen“ mit Hilfe einer mechanischen Analogie ist typisch für Maxwell und kennzeichnet ihn als einen tendenziell spielerisch-synthetischen Denker, im Gegensatz zu Boltzmann, der mehr den Typus des logisch-analytischen Denkers verkörpert. Der Unterschied zwischen diesen beiden komplementären Denkweisen läßt sich sehr schön mit Hilfe eines Bildes veranschaulichen, das von Edward de Bono stammt [4]:

„Die Logik errichtet Stein für Stein einen Damm durch den Schlick ungestalteter Ideen. Jeder Quader wird fest und exakt eingebracht. Jeder folgende

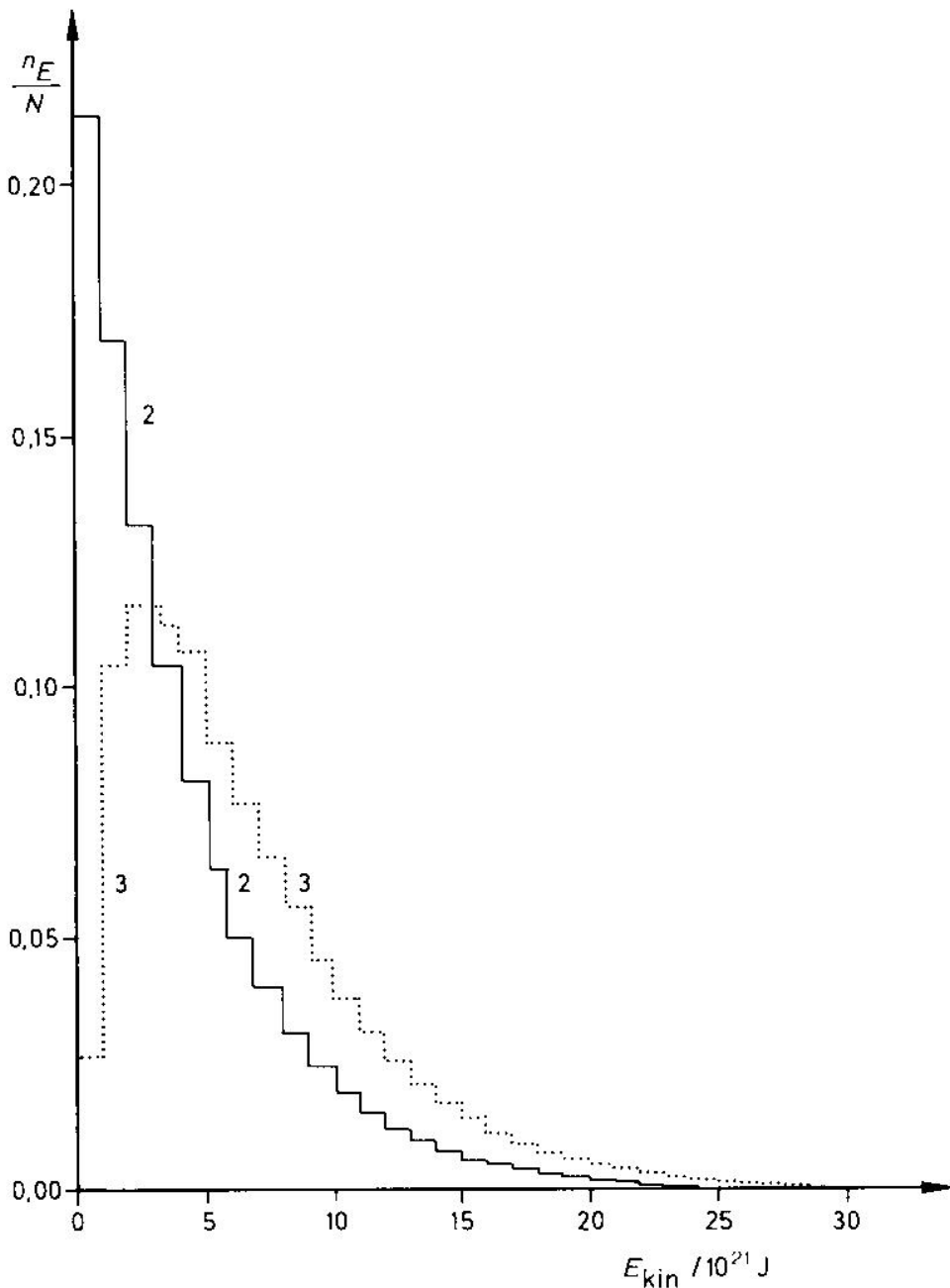


Abb. 2-6. Die zwei (2)- und dreidimensionale (3) Maxwellsche Energieverteilung eines beliebigen Gases bei 300 K. Die Ordinate n_E/N kann als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, daß ein willkürlich herausgegriffenes Gasmolekül eine kinetische Energie im Bereich zwischen E und $E + dE$ besitzt ($dE = 10^{-21}$ J).

Stein kann nur dann gesetzt werden, wenn sein Vorgänger eingepaßt ruht. Auf diesem Damm schreitet der logische Denker langsam und vorsichtig voran. Ständig muß er sich vergewissern, ob der Stein, auf dem er gerade steht, ihn auch wirklich trägt. Notfalls muß er ihn weiter abstützen oder austauschen, bevor er ihn betritt.

Die andere Möglichkeit ist, so rasch über die Klippen zu springen, daß ein absolutes Gleichgewicht nicht bei jedem Schritt erforderlich ist. Erst wenn man an einer interessanten Stelle angekommen ist, sieht man sich um und sucht sich nachträglich den sichersten Weg aus, der zum Ausgangspunkt

zurückführt. Der beste Weg zu einem Ziel läßt sich häufig viel einfacher im Krebsgang bestimmen als umgekehrt.“

Tatsächlich gilt das logisch-analytische Denken bereits seit Aristoteles als *das* Verfahren, das dem menschlichen Geist zur Verfügung steht, um aus sinnlichem Wahrnehmungsmaterial verlässliche Theorien abzuleiten. Wissenschaft ohne logisches Denken ist einfach undenkbar. Andererseits läßt uns das logische Denken oft schmäählich im Stich, wenn wir eine neue Idee brauchen, einen aussichtsreichen Lösungssatz, eine fruchtbare Analogie – ja oft läßt uns das logische Denken den Wald vor lauter Bäumen nicht erkennen: Es fällt uns nicht nur kein Lösungsansatz ein, sondern wir merken nicht einmal, daß da ein Problem existiert.

Hier hilft (auch dem Wissenschaftler) das spielerische Denken weiter, das von Assoziationen, Analogien und Bildern lebt. Aber das spielerische Denken hat offenbar etwas Unfeines, wenig Strahlendes an sich. Man gibt nicht so gerne zu, daß bestimmte Phasen des Forschungsprozesses – nämlich diejenigen, in denen neue Ideen, Umstrukturierungen etc. nötig sind – ziemlich informell, oft unlogisch, sprunghaft und manchmal unordentlich ablaufen.

Bernward Joerges [5] hat darauf hingewiesen, daß vermutlich die Mehrzahl aller empirischen Wissenschaftler bewußt oder unbewußt außerordentlich viel Mühe darauf verwendet, in der Darstellung ihrer Ergebnisse jede Spur des kreativen Prozesses zu tilgen, der zu diesen Ergebnissen geführt hat, und Bernice Eiduson [6] spricht in ihrer Studie über vierzig kreative Naturwissenschaftler von einer nachträglichen Verfälschung („retrospective falsification“), die Forscher betreiben, wenn sie über die kreativen Phasen ihrer Arbeit berichten.

Wir müssen es Maxwell deshalb hoch anrechnen, daß er das „unordentliche“ Bild der diffundierenden Teilchen (Vektorspitzen), das ihm zweifellos den Lösungsweg zur Geschwindigkeitsverteilung wies, in seiner Abhandlung wenigstens in knapper Andeutung stehen ließ.

Das Problem der Diffusion von *Massenpunkten* ist erst zu Beginn unseres Jahrhunderts, etwa 50 Jahre nach Maxwells Arbeit, von Einstein [7], Smoluchowski [8] und anderen angepackt und gelöst worden. Es gibt keine Hinweise dafür, daß Smoluchowski und Einstein von Maxwells Diffusionsbild etwas wußten. Sie hätten sonst gewiß erkannt und angegeben, daß das Diffusionsproblem bereits von Maxwell im Prinzip gelöst worden ist. Maxwell hätte nämlich nur seine Problemlösung, die er mit Hilfe eines provisorischen Bildes (Diffusion) gefunden hatte, aus dem Geschwindigkeitsraum in den geometrischen Raum zurückübersetzen müssen. Aber diesen Schritt hat Maxwell eigenartigerweise nicht vollzogen, obwohl er doch so nahe liegt. Die Vermutung drängt sich auf, daß er seinem Diffusionsbild selber nicht so recht traute und froh war, daß ihn dieser wacklige Quader beim „Klippensprung“ zur Geschwindigkeitsverteilung kurzzeitig getragen hatte. Also blieb er auf seiner glücklich gefundenen Insel sitzen und machte sie urbar.

Das Diffusionsbild ist nicht das einzige Beispiel in Maxwells Denken, dem er das Schicksal beschied: „Der Mohr hat seine Schuldigkeit getan, der Mohr kann gehen.“ Paul Ehrenfest [9] hat darauf aufmerksam gemacht, daß Max-

well seine geniale Theorie der Elektrodynamik auf sehr speziellen Bildern über die Struktur des Äthers (Raums) aufgebaut hatte: Maxwell stellte sich flüssigkeitserfüllte Zellen vor, die durch zwischengelagerte Friktionsröllchen Rotationsbewegungen aufeinander übertragen. Die Rotation der Zellen entsprach der magnetischen Erregung des Feldes, die Verrückung der Friktionsröllchen der elektrischen. Diese Vorstellung half Maxwell, seine berühmten Gleichungen der Elektrodynamik zu konstruieren. Nachdem er aber diese Gleichungen gefunden hatte, griff er nicht mehr auf die speziellen Bilder von der Struktur des Äthers zurück. In der endgültig ausformulierten Fassung seiner Theorie tauchen nur noch sehr allgemein gehaltene Analogien auf.

Man kann das auch so sehen: Maxwell war einfach mit einer so blühenden, fruchtbaren Phantasie begabt, daß er es nicht nötig hatte, seine Denkprodukte auf die benutzten Hilfsbilder rückzubeziehen. Er betrachtete diese Bilder einfach als persönliche Werkzeuge seines spielerischen Denkens, und es fielen ihm offensichtlich immer wieder genügend neue Bilder ein, die ihn zu neuen Inseln trugen.

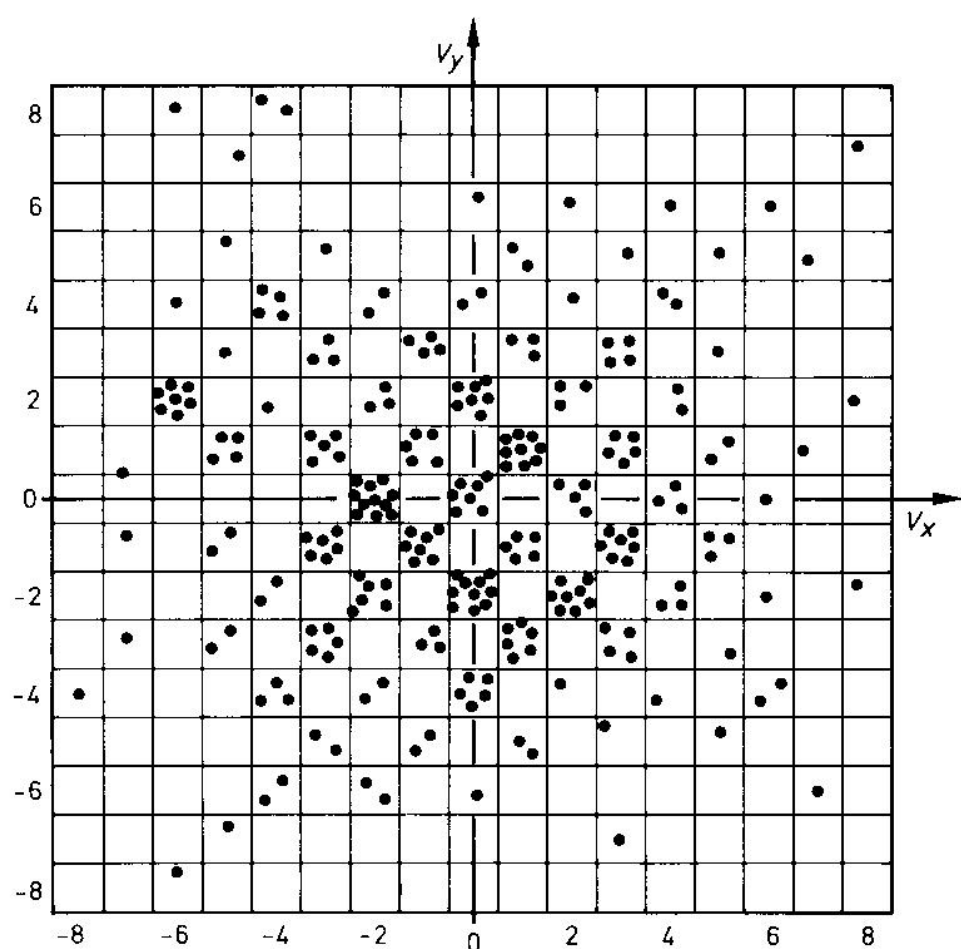


Abb. 2-7. Ein statistisches Spiel zur Erzeugung der ein- und zweidimensionalen Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung. Die Randomisierung wurde für jede Achsenrichtung separat durch Werfen einer Münze realisiert. Die schachbrettartige Besetzung der Felder kommt durch folgenden „Trick“ zustande: 120 Punkte wurden gemäß $m_x = m_y = 10$, 60 Punkte gemäß $m_x = m_y = 9$ und 60 Punkte gemäß $m_x = m_y = 11$ gespielt. Die Schachbrettstruktur ist also ein Modellartefakt.